TEMA 3: PROGRESIONES: Sucesiones

1.- Dada la sucesión de término general: $a_n=5-2n$ se pide:

a) Término octavo b) Lugar que ocupa el término de valor –15

Solución:

a) Para hallar el término octavo de la sucesión, sustituimos la n por un 8. Así, tenemos que: $a_8 = 5 - 2\cdot 8 = 5 - 16 = -11$

b) Averiguamos el lugar que ocupa el término de valor –15, planteando y resolviendo la siguiente ecuación:

$$5 - 2n = -15 \Rightarrow -2n = -15 - 5 \Rightarrow -2n = -20 \Rightarrow n = 10$$

Luego, el término de valor –15 es el que ocupa la posición diez. Dicho de otro modo, es el término $a_{10} = -15$.

2.- Dada la sucesión de término general: $a_n=n^2-2n+1$ se pide:

a) Término undécimo b) Lugar que ocupa el término que vale 9.

Solución:

a) Para hallar el término undécimo de la sucesión, sustituimos la n por un 11. Así, tenemos que:

$$a_{11} = 112 - 2\cdot 11 + 1 = 121 - 22 + 1 = 100.$$

Luego, $a_{11} = 100$.

b) Igual que antes, igualamos la fórmula del término general a 9, y resolvemos:

$$n^2 - 2n + 1 = 9 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow n = \frac{-2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-8)}}{2\cdot 1} \Rightarrow n = -2 \text{ y } n = 4.$$

Como la sucesión de términos comienza en el primer término (el 1), continúa con el segundo (el 2), y "recorre" todos los números ℕ, descartamos la solución n = –2. Luego, el lugar que ocupa el término que vale 9 es el cuarto lugar. Es decir, es el término $a_{11} = 9$.

3.- Calcula los cuatro primeros términos de las sucesiones recurrentes siguientes:

a) $\left\{\begin{array}{ll} a_1 = 5 & a_2 = 2 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \text{ para } & n \geq 3 \end{array}\right\}$

b) $\left\{\begin{array}{ll} a_1 = 1 & a_2 = 2 \\ a_n = 3a_{n-1} + a_{n-2} \text{ para } & n \geq 3 \end{array}\right\}$ (*Sol.: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 7$ y $a_4 = 23$*)

c) $\left\{\begin{array}{ll} a_1 = 5 & \\ a_n = a_{n-1} + n \text{ para } & n \geq 2 \end{array}\right\}$ (*Sol.: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_3 = 10$ y $a_4 = 14$*)

Solución:

En una sucesión recurrente, hay que obtener los nuevos términos a partir de los anteriores. Por tanto, averiguaremos los términos pedidos en el enunciado utilizando $a_1 = 5$, $a_2 = 2$, y la regla $a_n=a_{n-1}-a_{n-2}$. Así, tenemos:

$a_3 = a_2 - a_1 = 2 - 5 = -3$
$a_4 = a_3 - a_2 = -3 - 2 = -5$

Luego, los cuatro primeros términos de la sucesión son $a_1 = 5$, $a_2 = 2$, $a_3 = -3$ y $a_4 = -5$.