

TEMA 5: POLINOMIOS: Factorización de Polinomios

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Para descomponer en factores un polinomio seguimos estos pasos:

1. Sacamos factor común si se puede.
2. Si no, comprobamos si es una ecuación de 2º grado o una igualdad notable.
3. Y si no es ecuación de segundo grado ni igualdad notable, hacemos Ruffini.

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS PASO A PASO

Factorizar el siguiente polinomio $\Rightarrow P(x) = x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$

1. Factor común

Todos los términos tienen x, es el factor común.

$x(x^4 - 9x^2 + 4x + 12)$, ya hemos obtenido un factor que es x.
Para comprobar que lo hemos hecho bien si multiplicamos debemos obtener P(x).

2. Ruffini para el polinomio que nos ha quedado.

Le llamamos Q(x) $\Rightarrow Q(x) = x^4 - 9x^2 + 4x + 12$

Los divisores del término independiente 12 de menor a mayor son: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$.

a) Hacemos Ruffini para $x = -1 \Rightarrow (x+1)(x^3 - x^2 - 8x + 12)$

Seguimos haciendo Ruffini para el cociente obtenido

$(x^3 - x^2 - 8x + 12)$ se anula para $x = 2$

b) $(x-2)(x^2 + x - 6)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & -9 & 4 & 12 \\ & & -1 & 1 & 8 & -12 \\ \hline a) & 1 & -1 & -8 & 12 & 0 \\ & 2 & & 2 & 2 & -12 \\ \hline b) & 1 & 1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$x^4 - 9x^2 + 4x + 12 = (x+1)(x-2)(x^2 + x - 6)$$

3. Ecuación de segundo grado para el polinomio cociente

$$(x^2 + x - 6)$$

Cuando me queda un polinomio de segundo grado lo mejor es resolver la ecuación de segundo grado.

Los factores son las soluciones cambiadas de signo.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -3$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x^2 + x - 6) = (x-2)(x+3)$$

Puede ser una expresión notable

Si la vemos no hace falta hacer la ecuación.

4. Escribimos el polinomio original factorizado

$$x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x = x(x+1)(x-2)(x-2)(x+3)$$

Un polinomio puede tener tantos factores como su grado, en este caso 5.

5. Raíces o ceros del polinomio : Son los valores para los cuales el valor numérico del polinomio nos da cero.

En el ejemplo serían: 0, -1, 2 y -3

1. Factoriza los polinomios:

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

b) $P(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2$

c) $P(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

d) $P(x) = x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 9x$

2. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 - x - 12}$

b) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

c) $\frac{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}{x^2 + 5x + 6}$