

TEMA 6: ECUACIONES: Ecuaciones bicuadradas

ECUACIÓN BICUADRADA

Una ecuación bicuadrada es una ecuación que se puede expresar en la forma $ax^4 + bx^2 + c = 0$.

Para resolver una ecuación bicuadrada se hace el cambio de variable $x^2 = y$,

por lo tanto, $x^4 = (x^2)^2 = y^2$.

La ecuación expresada en función de y es: $ay^2 + by + c = 0$. Una vez resuelta esta ecuación se sustituyen sus soluciones en $x^2 = y$, obteniéndose así las soluciones para x .

EJEMPLO DE ECUACIÓN BICUADRADA

$$x^4 - 29x^2 + 100 = 0.$$

1. Haciendo el cambio $x^2 = y$, se tiene la ecuación $y^2 - 29y + 100 = 0$.

2. Resolviendo esta ecuación se tienen las soluciones:

$$y = \frac{29 \pm \sqrt{29^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2} = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{29 \pm 21}{2}$$

$$x_1 = 25$$

$$x_2 = 4$$

3. Las soluciones de la ecuación $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ son:

$$x_1 = +\sqrt{y_1} = +\sqrt{25} = +5; \quad x_2 = -\sqrt{y_1} = -\sqrt{25} = -5;$$

$$x_3 = +\sqrt{y_2} = +\sqrt{4} = +2; \quad x_4 = -\sqrt{y_2} = -\sqrt{4} = -2$$

Las soluciones son 5, -5, 2, y -2.

EJERCICIO 1

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

b) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

d) $x^4 + 16 = 0$

e) $x^4 - 12x^2 - 64 = 0$